

闽江学院

本科毕业论文（设计）

|  |  |
| --- | --- |
| 题目 |  |
| 学生姓名 |  |
| 学号 |  |
| 学院 | 数学与数据科学学院（软件学院） |
| 年级 |  |
| 专业 |  |
| 指导教师 |  |
| 职称 |  |
| 完成日期 | 年 月 日 |

**闽江学院毕业论文（设计）诚信声明书**

本人郑重声明：

兹提交的毕业论文（设计）《 》，是本人在指导老师 的指导下独立研究、撰写的成果；论文（设计）未剽窃、抄袭他人的学术观点、思想和成果，未篡改研究数据，论文（设计）中所引用的文字、研究成果均已在论文（设计）中以明确的方式标明；在毕业论文（设计）工作过程中，本人恪守学术规范，遵守学校有关规定，依法享有和承担由此论文（设计）产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年 月 日

摘 要

鉴于非营利组织发展在我国社会机制构筑中的重要作用，对与其相关的问题进行深入研究是十分必要的。明确地界定研究对象是进行社会科学研究的前提，研究对象不清晰就无法将被研究对象与其他对象区别开来，也就更谈不上结论的有效性。要给非营利组织下一个普适的定义相当困难。在对比中明晰不同国家非营利组织概念之差异，进而把握特定环境下所研究对象之内涵就显得十分必要与可行。……

（要有高度的概括力，语言精练、明确。同时有中、英文对照。中文摘要不超过200-300汉字；英文摘要不超过200-300个实词。）

（此处空一行）

关键词：非营利组织；概念界定；国际比较

（从标题或正文中挑选3～5个最能表达主要内容的词作为关键词，同时有中、英文对照，分别附于中、英文摘要后。）

Abstract

In view of the non-profit organizations play an important role in the social mechanism construction of our country's development, It is necessary to study deeply on the related problems. Clearly definiting the research objects is the prerequisitation of social scientific research, it's difficult to distinguish the researching object and other objects if we don't have a clearly concept of researching object, more far from being the validity of conclusion. Give a suitable definition to the non-profit organizations is difficult. Clearing the different concepts in different countries, and then the intension of the researching object that under a specific environment is very necessary and feasible.

（此处空一行）

Key words：non-profit organization; conception; international compare

目 录

小4号宋体，

四号宋体加粗,

5号宋体

**1 ×××××**

1.1 ××××××××××××××××××× (××)

1.1.1 ×××××××××××××××× (××)

1.2 ××××××××××××××××××× (××)

1.3 ××××××××××××××××××× (××)

**2 ×××××**

2.1 ××××××××××××××××××× (××)

2.1.1 ×××××××××××××××× (××)

2.2 ××××××××××××××××××× (××)

**3 ×××××**

3.1 ××××××××××××××××××× (××)

3.2 ××××××××××××××××××× (××)

**4 ×××××**

4.1 ××××××××××××××××××× (××)

4.2 ××××××××××××××××××× (××)

**5 ×××××**

5.1 ××××××××××××××××××× (××)

5.2 ××××××××××××××××××× (××)

**6 ×××××**

6.1 ××××××××××××××××××× (××)

6.2 ××××××××××××××××××× (××)

参考文献 (××)

4号宋体

附录 1 (××)

致谢 (××)

注: 最多只至三级目录。

**Finsler 子流形的若干结果**

（空一行）

张三

（闽江学院 数学与数据科学学院（软件学院），福建 福州 350108）

（空一行）

注：一级标题居左顶格，下同

# 1 引言

近年来，随着Finsler几何越来越受到重视，Finsler子流形的研究也取得了新的进展。受Riemann子流形研究的启发，一个很自然的想法是：研究子流形的诱导联络的并建立与Riemann子流形相类似的有关Finsler子流形曲率与外围空间的各种曲率之间的基本方程（如见[1, 2]）。然而与Riemann情形不同，这样得到的Finsler子流形的各种方程通常非常复杂，很难从中得到有意义的局部或整体结果。

注：正文中的出现的一级标题采用宋体小三加粗（英文字母用Times New Roman 小三加粗），正文中的中文采用宋体小四，英文均应采用Times New Roman小四字体。正文段落和标题一律取“固定行间距22pt”。请注意下一段参考文献不同引用方法。

1998年，沈忠民利用Busemann-Hausdorff体积形式，从一个新的角度研究Finsler子流形几何[1]。他没有使用 Finsler几何中的任何联络, 对 Finsler 子流形引入了平均曲率、法曲率及极小子流形等的概念。在此基础上，文[2]及[3]讨论了特殊Randers空间中的极小曲面及其Bernstein型定理。如所周知，Finsler流形上存在不同的体积形式，比如所谓的Holmes-Thompson体积形式，它是从Finsler流形的射影球丛上诱导的[4]。利用Holmes-Thompson体积形式，文[5]对Finsler子流形引入了平均曲率及第二基本形式等类似概念并讨论了相应的Bernstein型性质，并且在Riemann情形下与通常概念是一致的。受上述工作的启发，最近我们对体积形式作了统一处理[6, 7, 8]。

对一般的Finsler子流形而言，平均曲率不可能被Finsler度量显式表示出来，因此除了一些特殊的Finsler度量如Randers度量以外，一般情形下很难用平均曲率来研究Finsler 子流形。但与此不同的是，法曲率却可由Finsler度量显式地表示出来，因此法曲率应是研究Finsler子流形的适当工具。本文的主要目的是用法曲率与T-曲率估计Finsler子流形的象半径。此外，我们也考虑了等距浸入问

题，给出了判断Finsler流形能等距浸入到Minkowski空间的一个简单的必要条件。

注：本模板中红色文字均为说明文字，阅读后请删除。

注：页码从正文开始按阿拉伯数字（-x-）连续编排，页码位于页面底端居中。

注：由于数学类论文的编写具有一些独特要求，故本模板的正文提供的是数学类书写范例，其它类论文有涉及相关的参照执行。

章节及各级标题的安排，根据各学科专业及题目特点，在导师指导下确定。

论文各部分的字体、字号、行距等排版格式要求均按照本模板执行。

插图、表格、公式的要求在本模板中均有范例，也可详见本模板最后的“论文（设计）中插图、表格、公式要求”。

正文字数不少于7000字。

注：正文中有程序代码的，不可大篇幅粘贴代码，应选择部分主要关键代码，其余代码若要呈现可安排在附录。代码按如下格式（浅灰色底纹、五号字、行距18磅）：

/\*\*

\* 第一个 Java 程序

\*/

public class Hello {

/\*\*

\* 执行的主函数

\* @param args 接收参数

\*/

public static void main(String[] args) {

System.out.println("Hello, 苗子说全栈带你零基础学 Java。");

}

}

# 2 Finsler几何

## 2.1 定义

注：请至多采用三级标题。二级标题采用四号宋字加粗（英文字母用Times New Roman 四号加粗），顶格。三级标题采用小四号宋字加粗（英文字母用Times New Roman 小四号加粗），顶格。

设为一维光滑流形，称函数是上的Finsler度量，如果满足下列条件：注：行文中数学公式及数学符号一律用公式编辑器编辑。

（1）在上是光滑的；

（2）对任一

（3）对任一非零，以下诱导双线性形式是上的内积：



这时称为Finsler流形。

最简单的Finsler流形是Minkowski空间。设为一维实向量空间，是它的一定向基。称Finsler度量是Minkowski度量，若对，仅与有关。此时，称为Minkowski空间。

## 2.2 几何不变量

称Finsler度量是Riemann度量，若诱导内积与无关。的Cartan张量定义为



易知是Riemann度量当且仅当，因此Cartan张量刻划了Finsler度量偏离Riemann度量的程度。下面讨论另一反映Finsler度量偏离Riemann度量的几何量。令

 （2-1）

注：独立公式请居中，编号用（标题号-公式编号），靠右.

显然有，并且当且仅当是Riemann度量。叫做或的一致常数[3]。由于，有

 （2-2）

称上的Finsler度量是可反的（reversible），若.为考虑不可反的Finsler度量，Rademacher[6]引入了可反常数（reversibility）如下：

 (2-3)

易见，并且当且仅当是可反的。一致常数与可反常数之间的关系是



设为定义在开集上处处非零的光滑向量场，见下图及下表。



图2-1 SCI－e文献数量逐年变化情况

表2-1 电子文献载体和标志代码

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 载体类型 | 标志代码 | 载体类型 | 标志代码 |
| 磁带（magnetic tape） | MT | 磁盘（disk） | DK |
| 光盘（CD-ROM） | CD | 联机网络（online） | OL |

注：图应有图题，表应有表题，并分别置于图号和表号之后。图号和图题应置于图下方的居中位置。表号和表题应置于表上方的居中位置。引用图或表应在图题或表题右上角标出文献来源。图与表的编号方法与公式同。

对Riemann度量而言，Cartan张量为零，就是通常的Levi-Civita联络。对一般的Finsler度量，这实际上就是陈联络（见[1]）。给定上向量场,陈曲率的定义是



流形在点处的旗包含一个非零向量以及一2-平面，满足。若是另一向量使，则旗也记为。给定旗，旗曲率的定义是



这里扩充为点附近的测地场，即。

设，将扩充为附近的向量场。则容易验证与的扩充无关，因此可写

 （2-4）

称为的T-曲率[8，129页].T-曲率的模长定义为



由[8]知当且仅当是Berwald空间。

设为具有单位切向量场的测地线。沿的向量场称为是Jacobi场，如果它满足



置

 （2-5）

下列结果是基本的。

**引理2-1** 设为Finsler流形，为具有单位切向量场的测地线。假设 注：引理、定理用宋体小四加粗，引理、定理、推论及命题等统一编号，方法与公式同.

对任一，旗曲率满足；是沿的Jacobi场，且与是-正交的；.则对（当）或（当）,有



**定理2-2** Minkowski空间中不存在紧致极小子流形。 注：本定理编号为2-2，见上注.

# 3 等距浸入问题

众所周知，任何一个Riemann流形均可等距浸入到欧氏空间中去[3]。因此很自然要问：是否任意Finsler流形都可等距浸入到Minkowski空间中？答案是否定的。沈忠民曾证明[3]：若一Finsler流形可等距浸入到Minkowski空间中，则它的Cartan张量一定是有限的。 根据这个结果，具有无限Cartan张量的Finsler流形不可能等距浸入到Minkowski空间中。下面定理给出了另一新的必要条件。

**定理3-1** 假设Finsler流形可等距浸入到Minkowski空间中。则具有有限一致常数，且的一致常数不大于的一致常数。因此，任一具有无限一致常数的Finsler流形不可能等距浸入到任何Minkowski空间中去。特别地，任一具有无限可反常数的Finsler流形不可能等距浸入到任何Minkowski空间中去。

**证明** 注：证明两字后空一格.设是等距浸入，由定义，,由此知.因此，





**例3-1** 注：例题编号与公式同.同考虑下列定义在上一旗可反的Minkowski度量[7]：



其中.设.易知



因此，由定理1，不可能等距浸入到任何minkowski空间中去，其中



是满足的光滑函数。显然，这里的计算比[7]要简单得多。

**例3-2**（Randers度量）考虑流形上的Randers度量，其中为一Riemann度量，是1-形式，满足



其中.由[8]知



即任一Randers度量都具有有限Cartan张量。因此，由[7]，我们不能判断Randers空间是否能等距浸入到Minkowski空间中。但容易算出它的可反常数是，其中。因此，由定理1知任一满足的Randers空间都不能等距浸入到任何Minkowski空间中去。

# 4 象半径估计

这节将考虑Finsler子流形的象半径估计，有关Riemann子流形的相应结果可参看[1]及[4-6]。为了这个目的，首先回顾一下Finsler子流形法曲率的定义。设是等距浸入，我们将在有关的几何量上加上“”.为简单计，对上的局部向量场，将与视为等同.对,将它扩充为附近的测地向量场，即.设为上的陈联络，则在方向的法曲率定义为[3]

 （4-1）

法曲率的模长定义是

 （4-2）

及.设为中以为中心，为半径的前向(forward)测地球。下面证明本文的主要结果。

**定理4-1**设是紧致Finsler流形到单连通前向测地完备Finsler流形的等距浸入。假设的旗曲率满足,且它的单一半径（注意当时有）。如果的法曲率满足

 （4-3）

其中由（5）定义，是一正常数.则不能被上任何半径为的前向测地球所包含。

**证明** 仅就的情形给出证明，其余情形类似可证。假设在定理的条件下，存在使。设为上从出发的距离函数。由于是单连通前向测地完备的，且,因此在上是光滑的。设满足,则.记为连接到的具单位切向量场的极小测地线。对任一，设为的中具单位切向量场的测地线，使得。对任一,设为从到的测地线，则是的单参数测地线族，满足及。由弧长第一变分公式易知与是-正交的。设是由诱导的沿的Jacobi场，则。由（2），（4），（6），引理，弧长第二变分公式及极大值原理得



（4-4）



由于，从（9）知



这与（8）矛盾，故定理成立。

**推论4-2** 设是紧致Finsler流形到单连通前向测地完备Berwald 空间的等距浸入。假设的旗曲率满足,且它的单一半径。如果的法曲率满足



其中是一正常数，则不能被上任何半径为的前向测地球所包含。

**注 释**

小3号宋体加粗

①赵黎青. 非政府组织与可持续发展[M]. 北京：经济科学出版社,1998.119.125.

……………

# 参考文献

参考文献另起一页，请按照正文中引用先后顺序编号；“参考文献”用小三宋体居中，正文英文用五号Times New Roman、中文用五号宋体，取固定行距18pt。注意不要在一篇参考文献段落的中间换页。至少有20篇参考文献，其中至少8篇期刊文献，每篇参考文献在正文中要有引用。

1. Bejancu A and Farran H R. Geometry of pseudo-Finsler submanifolds[M]. Kluwer Academic Publisher, 2000.
2. Bao D, Chern S S and Shen Z. An introduction to Riemannian-Finsler geometry[M]. GTM 200, Springer-Verlag, 2000. 注：外文图书（[M]）.参考文献中外国人名一般采用姓在前，名在后的著录法，姓全写且第一个字母大写，名简写成单个大写字母且不加标点，姓和名之间空一格,多个名字之间用逗号分隔.图书类不必写页码.
3. Shen Z. On Finsler geometry of submanifolds[J]. Math Ann, 1998，311(5)： 549-576. 注：外文期刊论文（[J]），须标注页码.
4. 张筑生. 微分半动力系统的不变集［D］. 北京：北京大学数学系数学研究所，1983.注：学位论文（[D]）,不必写页码.
5. 冯西桥. 核反应堆压力管道与压力容器的LBB分析［R］. 北京 ：清华大学核能技术设计研究院，1997. 注：科技报告（[R]）, 不必写页码.
6. 吴炳烨. 空间形式中子流形的象半径与体积增长[J] . 数学年刊， 2003, 23(4)： 447-450. 注：中文期刊论文（[J]），须标注页码.
7. 金显贺，王昌长，王忠东，等. 一种用于在线检测局部放电的数字滤波技术[J]. 清华大学学报(自然科学版)， 1993， 33(4)： 62-67. 注：中文期刊论文，多名作者只写前三位.
8. 刘国钧，陈绍业，王凤翥. 图书馆目录［M］. 北京：高等教育出版社，1957. 注：中文图书（[M]）, 不必写页码.

# 致谢

××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××

总说明：附录、致谢的字体与一级标题同，正文用宋体小四号。字体请按照范式，替代即可。

# 附录（可选）

附录、致谢的字体与一级标题同，正文用宋体小四号，固定行间距22pt。

×××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××××

**论文（设计）中插图、表格、公式要求 注：阅读后删除**

图、表、公式等一律用阿拉伯数字分章连续编号，如 图3-1、表5-1、（3-2）等。图、表和公式等与正文之间间隔0.5行。

图应有图题，表应有表题，并分别置于图号和表号之后，图号和图题应置于图下方的居中位置，表号和表题应置于表上方的居中位置。引用图或表应在图题或表题右上角标出文献来源。

若图或表中有附注，采用英文小写字母顺序编号，附注写在图或表的下方。

1、插图

（1）一幅图如有若干幅分图，均应编分图号，用(a)，(b)，(c), …按顺序编排；

（2）插图须紧跟文述。在正文中，一般应先见图号及图的内容后再见图，一般情况下不能提前见图，特殊情况须延后的插图不应跨节；

（3）提供照片应大小适宜，主题明确，层次清楚，金相照片一定要有比例尺；

（4）图应具有“自明性”，即只看图、图题和图例，不阅读正文，就可理解图意。

通常使用的函数图采用简化形式，称为简写函数图，例如图5-1。



图5-1 SCI－e文献数量逐年变化情况

图中的标目是说明坐标轴物理意义的项目，它是由物理量的符号或名称和相应的单位组成。

物理量的符号由斜体字母标注，单位的符号使用正体字母标注，量与单位间用斜线隔开。例如：I/A，ρ/kg·m-3 ，F/N，υ/m·s-1 等等。

（5）图中用字为五号宋体，如排列过密，用五号字有困难时，可小于五号字，但不得小于七号字。

（6）图的大小一般为宽6.67cm×高5.00cm。特殊情况下，也可宽9.00cm×高6.75cm，或宽13.5cm×高9.00cm。总之，一篇论文中，同类图片的大小应该一致，编排美观、整齐。

2、表格

（1）如某个表需要转页接排，在随后的各页上应重复表的编号。编号后跟表题（可省略）和“（续）”，如表1（续），续表均应重复表头和关于单位的陈述。

表格的设计应紧跟文述。表的编排一般是内容和测试项目由左至右横读，数据依序竖读，应有自明性。若为大表或作为工具使用的表格，可作为附表在附录中给出，论文中的表格参数应标明量和单位的符号；

（2）表中各物理量及量纲均按国际标准(SI) 及国家规定的法定符号和法定计量单位标注；

（3）表格要尽量简洁整齐，与文字齐宽，表格边框及内线线粗1磅。

在表中可以适当加辅助线，以适应较复杂表格的需要。